

Задачи по геометрии к 1 сентября 2017 г.

Сдать 1 сентября тетрадь с решениями в письменном виде!

1. Сколько точек пересечения могут иметь четыре попарно пересекающиеся прямые? Для каждого случая сделайте рисунок.
2. Углы MAF , FAK , KAP , PAQ , QAM имеют общую вершину A . Прямая ℓ , не проходящая через точку A , пересекает не более трех лучей, которые являются сторонами этих углов. Рассмотрите все возможные случаи. Сделайте рисунок.
3. На прямой ℓ от точки A отложены два отрезка AB и AC , причем $0,51AB < AC < AB$. Сравните отрезки BC и AC . Ответ обоснуйте.
4. Прямой угол двумя лучами, исходящими из его вершины, разделен на три угла, один из которых равен разности двух других. Найдите величину большего из этих углов.
5. В треугольнике ABC выбрана точка O так, что $\triangle AOB = \triangle COB$, $OA = OC$, $\angle AOC = 140^\circ$. Докажите, что BO — биссектриса угла ABC , и найдите угол AOB .
6. Стороны равностороннего треугольника ABC продлены на отрезки AM , CP и BK так, что $MA : AB = PC : AC = BK : CB = 2 : 1$. Докажите, что треугольник MPK равносторонний.
7. Докажите признак равенства треугольников по медиане и двум углам, на которые эта медиана разбивает угол треугольника.
8. Отрезок BD — высота треугольника ABC . От вершины B на прямой CB по обе стороны от точки B отложены отрезки BE и BK , равные AB . На AC от точки D отложен отрезок DF , равный DA . Докажите, что точки A , E , K и F лежат на одной окружности.
9. Как с помощью циркуля и линейки разделить угол в 35° на семь равных частей?
10. На отрезке AB взята точка C . Через точки A и B проведены по одну сторону от AB параллельные лучи. На них отложены отрезки $AD = AC$ и $BE = BC$. Точка C соединена отрезками прямых с точками D и E . Докажите, что $DC \perp CE$.
11. На сторонах угла A , равного 127° , отмечены точки B и C , а внутри угла — точка D так, что $\angle ABD = 25^\circ$, $\angle ACD = 19^\circ$. Найти угол BDC .
12. Треугольники ABC и DAC имеют общую сторону AC . Отрезок BD пересекает отрезок AC . Известно, что $BD = AD = CD$. Докажите, что треугольник ADC является тупоугольным, если $\angle ABC = 130^\circ$.
13. В треугольнике ABC медианы пересекаются в точке M . Известно, что $\angle MAB = \angle MBA$, $\angle MCB = \angle MBC$. Найдите угол ABC .
14. В треугольнике ABC проведена медиана BB_1 . Докажите, что $BB_1 < (AB + BC)/2$.
15. В треугольнике ABC угол B тупой. Продолжения высот AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в точке O . Докажите, что $\angle ABC = 180^\circ - \angle AOC$.
16. В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$. Из точки D , взятой на стороне BC , проведен отрезок DE , перпендикулярный к BC и пересекающий AC в точке O , $\angle DOC = 70^\circ$, $\angle DEC = 45^\circ$, $\angle BAD = 50^\circ$. Найдите угол AED .
17. Докажите, что биссектриса угла A треугольника ABC проходит через точку пересечения прямых, содержащих биссектрисы внешних углов при вершинах B и C .
18. В треугольнике ABC высоты AA_1 и CC_1 равны, $AC_1 = BA_1$. Найдите угол B .
19. В треугольнике ABC проведена медиана BM , $AB = BM = MC = x$. Через точку M проведена прямая a , параллельная прямой BC .
 - а) Найдите расстояние от точки A до прямой BC .
 - б) Найдите расстояние между прямыми a и BC .
20. В треугольнике ABC высоты пересекаются в точке O . Постройте этот треугольник по отрезкам OA , BO , AB .
21. Дана прямая a и отрезок AB , пересекающий эту прямую. Постройте на прямой a точку C так, чтобы эта прямая содержала биссектрису угла треугольника ABC .
22. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки M , P , K так, что $MK \parallel BC$, $PK \parallel AB$. Как построить треугольник ABC по отрезкам KM , KB , KP и углу PKC ?